

Roboclimber

CCMP 2011 MP Roboclimber

Révisions de MPSI

CORRECTION

Premières semaines de septembre

Sommaire

- 1 Présentation générale du système
- 2 Étude de l'enfoncement de tubes de forage dans la paroi
- 3 Étude de la préhension des tubes dans le carrousel
- 4 Étude de la mise en position de la plateforme par rapport à la surface à forer

Sommaire

- 1 Présentation générale du système
- 2 Étude de l'enfoncement de tubes de forage dans la paroi
- 3 Étude de la préhension des tubes dans le carrousel
- 4 Étude de la mise en position de la plateforme par rapport à la surface à forer

Le « Roboclimber » est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au-dessus des routes ou des zones habitées.

Il est issu d'un programme européen de recherche et est exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.



Lorsque des falaises ou des talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures (routes, bâtiments,...), un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Lorsque des falaises ou des talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures (routes, bâtiments,...), un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque des falaises ou des talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures (routes, bâtiments,...), un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque le site à consolider est dangereux ou difficile d'accès, le Roboclimber est utilisé car la plupart de ses actions sont automatisées, mettant ainsi à l'abri de tous risques les hommes chargés du chantier.

Lorsque des falaises ou des talus menacent de s'effondrer sur des infrastructures (routes, bâtiments,...), un des seuls remèdes consiste à consolider le versant en y forant des trous suivant un maillage régulier et à y enfoncer des pieux en acier qui structurent l'ensemble et le consolident.

Les travaux de forage sont réalisés habituellement soit par des équipes spécialisées en travaux acrobatiques encordés, soit à l'aide de plateformes élévatrices depuis le bas du versant si celui-ci est accessible.

Lorsque le site à consolider est dangereux ou difficile d'accès, le Roboclimber est utilisé car la plupart de ses actions sont automatisées, mettant ainsi à l'abri de tous risques les hommes chargés du chantier.

Le Roboclimber est un robot d'environ 3,8 tonnes avec une base de 2 m par 2,5m, transportant une unité autonome de forage et de pose des pieux. Il utilise pour se mouvoir et assurer son équilibre lors du forage, quatre pieds indépendants ainsi que deux câbles de traction fixés en hauteur.

Diagramme de définition de blocs (bdd) général du Roboclimber

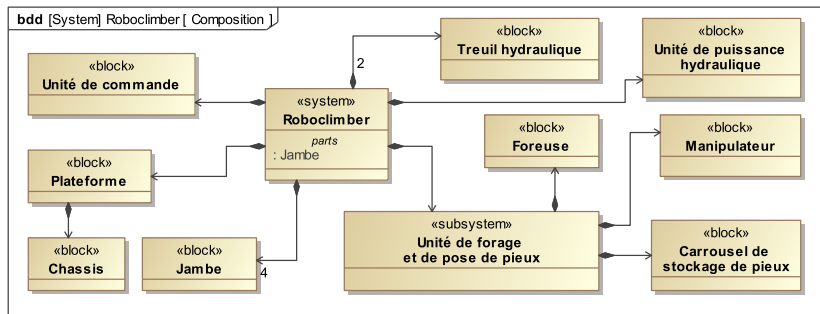
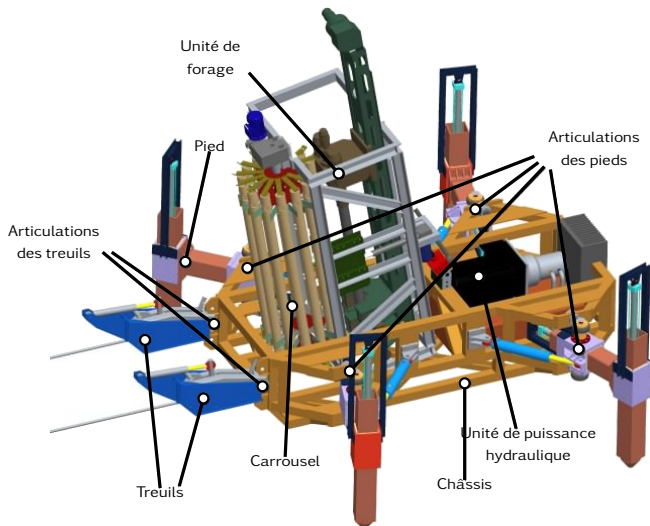


Illustration du Roboclimber



Sommaire

- 1 Présentation générale du système
- 2 Étude de l'enfoncement de tubes de forage dans la paroi
 - Modélisation
- 3 Étude de la préhension des tubes dans le carrousel
- 4 Étude de la mise en position de la plateforme par rapport à la surface à forer

Le forage proprement dit consiste à enfoncer dans la paroi une succession de tubes en acier, vissés les uns aux autres, qui constituent le train de forage.

Le premier tube utilisé se retrouve en tête de train et possède une tête perforante. L'enfoncement de l'ensemble du train est obtenu par l'action conjuguée d'un effort de poussée suivant l'axe de forage et d'un couple qui met en rotation le train de tubes.

Les tubes de forage sont stockés dans le carrousel.

Exigence	Critères	Niveaux
id 1. Le système doit permettre l'enfoncement de tube de forage dans la paroi.	Force de poussée	Pour une pente de 45° : $F > 10000 \text{ N}$
		Pour une pente de 80° : $F > 3000 \text{ N}$
	Vitesse d'avance	$V = 2 \text{ m/min}$
	Couple appliqué sur le train de tube en régulation	$C = 2500 \text{ N.m}$

Exigence	Critères	Niveaux
id 1. Le système doit permettre l'enfoncement de tube de forage dans la paroi.	Force de poussée	Pour une pente de 45° : $F > 10000 \text{ N}$
		Pour une pente de 80° : $F > 3000 \text{ N}$
	Vitesse d'avance	$V = 2 \text{ m/min}$
	Couple appliqué sur le train de tube en régulation	$C = 2500 \text{ N.m}$

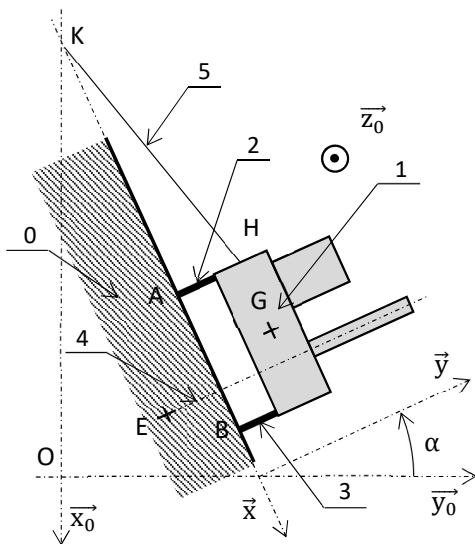
Une des difficultés liées à l'utilisation d'une plateforme mobile pour réaliser le forage réside dans l'application de l'effort de poussée qui doit être obtenu sans mettre en péril l'équilibre de la plateforme.

On souhaite vérifier que le robot pourra satisfaire l'exigence id 1.1 du cahier des charges en termes d'effort de poussée.

Modélisation

- Le robot est supposé en équilibre dans la position de la Fig. 4 (vue de profil du robot sur la paroi).
- Le problème est considéré comme plan de repère $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Les quatre contacts pied/paroi sont réduits à deux contacts en A et en B , et les deux câbles sont assimilés à un seul d'axe (HK) , H étant le point d'attache du câble sur le robot et K le point d'ancrage du câble sur la paroi.
- On donne $\vec{AB} = m \cdot \vec{x}$; $\vec{AH} = n \cdot \vec{y}$ et $\vec{KA} = k \cdot \vec{x}$ où k , distance du robot au point d'ancrage, sera prise à sa valeur minimale autorisée : $k = 2$ m.
- Les pieds (2) et (3) sont en liaisons ponctuelles parfaites de normales \vec{y} respectivement appliquée au point A et B avec la paroi.
- On appelle Σ , l'ensemble constitué de la plateforme (1), du pied (2), du pied (3) et du tube (4).
- L'inclinaison de la paroi est définie par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{y}_0, \vec{x})$.

Actions mécaniques



- Les deux réactions de la paroi sur les pied peuvent être modélisées par les glisseurs :

$$\mathcal{F}_{0 \rightarrow 2} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c} Y_{02} \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_{0 \rightarrow 3} = \underset{B}{\left\{ \begin{array}{c} Y_{03} \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

- L'effort de poussée de la foreuse impose sur le tube (4) une réaction du sol modélisée par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{0 \rightarrow 4} = \underset{E}{\left\{ \begin{array}{c} F \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}} \quad \vec{BE} = -\frac{m}{3} \cdot \vec{x} - p \cdot \vec{y}$$

- L'action du câble (5) sur la plateforme (1) est modélisée par un glisseur porté par la droite (HK).
- L'action de la pesanteur sur l'ensemble Σ est modélisé par le glisseur :

$$\mathcal{F}_{g \rightarrow \Sigma} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} P \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}} \quad \text{avec } P = 28000 \text{ N et } G \text{ centre de gravité de l'ensemble } \Sigma$$

tel que $\vec{BG} = -\frac{m}{2} \cdot \vec{x} + n \cdot \vec{y}$.

Q - 1 : Isoler l'ensemble $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$ et appliquer le théorème du moment statique en H en projection sur \vec{Z} de manière à donner l'expression de Y_{03} en fonction de F et de P .

Q - 1 : Isoler l'ensemble $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$ et appliquer le théorème du moment statique en H en projection sur \vec{Z} de manière à donner l'expression de Y_{03} en fonction de F et de P .

- on isole $\Sigma = \{1, 2, 3, 4\}$
- on fait le BAME appliquées sur cet ensemble :
 - action de (0) sur (2) : $\mathcal{F}_{0 \rightarrow 2}$
 - action de (0) sur (3) : $\mathcal{F}_{0 \rightarrow 3}$
 - action de (0) sur (4) : $\mathcal{F}_{0 \rightarrow 4}$
 - action de (5) sur (1) : $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 1} = {}_H \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{5 \rightarrow 1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$
 - action de g sur Σ : $\mathcal{F}_{g \rightarrow \Sigma}$

- l'ensemble Σ étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au sol (0), on lui applique le théorème du moment statique au point H et en projection sur \vec{Z} :

$$0 = \left(\vec{M}_{(H,0 \rightarrow 2)} + \vec{M}_{(H,0 \rightarrow 3)} + \vec{M}_{(H,0 \rightarrow 4)} + \vec{M}_{(H,5 \rightarrow 1)} + \vec{M}_{(H,g \rightarrow \Sigma)} \right) \cdot \vec{Z}$$

$$0 = \left(\vec{M}_{(A,0 \rightarrow 2)} + \vec{H}\vec{A} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 2} + \vec{M}_{(B,0 \rightarrow 3)} + \vec{H}\vec{B} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 3} + \vec{M}_{(E,0 \rightarrow 4)} + \vec{H}\vec{E} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 4} + \vec{M}_{(G,g \rightarrow \Sigma)} + \vec{H}\vec{G} \wedge \vec{R}_{g \rightarrow \Sigma} \right) \cdot \vec{Z}$$

- l'ensemble Σ étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au sol (0), on lui applique le théorème du moment statique au point H et en projection sur \vec{Z} :

$$0 = \left(\vec{M}_{(H,0 \rightarrow 2)} + \vec{M}_{(H,0 \rightarrow 3)} + \vec{M}_{(H,0 \rightarrow 4)} + \vec{M}_{(H,5 \rightarrow 1)} + \vec{M}_{(H,g \rightarrow \Sigma)} \right) \cdot \vec{Z}$$

$$0 = \left(\vec{M}_{(A,0 \rightarrow 2)} + \vec{H}\vec{A} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 2} + \vec{M}_{(B,0 \rightarrow 3)} + \vec{H}\vec{B} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 3} + \vec{M}_{(E,0 \rightarrow 4)} + \vec{H}\vec{E} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 4} + \vec{M}_{(G,g \rightarrow \Sigma)} + \vec{H}\vec{G} \wedge \vec{R}_{g \rightarrow \Sigma} \right) \cdot \vec{Z}$$

$$0 = \left(\underbrace{-n \cdot \vec{y}}_{Y_{02}} \wedge Y_{02} \cdot \vec{y} + (-n \cdot \vec{y} + m \cdot \vec{x}) \wedge Y_{03} \cdot \vec{y} + \left(-n \cdot \vec{y} + m \cdot \vec{x} - \frac{m}{3} \cdot \vec{x} - p \cdot \vec{y} \right) \wedge F \cdot \vec{y} \right. \\ \left. \dots + \left(-n \cdot \vec{y} + m \cdot \vec{x} - \frac{m}{2} \cdot \vec{x} + n \cdot \vec{y} \right) \wedge P \cdot \vec{x}_0 \right) \cdot \vec{Z}$$

$$= m \cdot Y_{03} + \frac{2}{3} \cdot m \cdot F - \frac{m}{2} \cdot \sin(\alpha) \cdot P \Rightarrow Y_{03} = \frac{\sin(\alpha)}{2} \cdot P - \frac{2}{3} \cdot F$$

Q - 2 : Donner la condition littérale sur l'effort F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique et vérifier si cette valeur est compatible avec le cahier des charges. Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le « Roboclimber » ?

Q - 2 : Donner la condition littérale sur l'effort F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique et vérifier si cette valeur est compatible avec le cahier des charges. Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le « Roboclimber » ?

Le maintien du contact impose :

$$Y_{03} \geq 0 \Rightarrow \frac{\sin(\alpha)}{2} \cdot P - \frac{2}{3} \cdot F \geq 0 \Rightarrow F \leq \frac{3}{4} \cdot \sin(\alpha) \cdot P$$

Q - 2 : Donner la condition littérale sur l'effort F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique et vérifier si cette valeur est compatible avec le cahier des charges. Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le « Roboclimber » ?

Le maintien du contact impose :

$$Y_{03} \geq 0 \Rightarrow \frac{\sin(\alpha)}{2} \cdot P - \frac{2}{3} \cdot F \geq 0 \Rightarrow F \leq \frac{3}{4} \cdot \sin(\alpha) \cdot P$$

- pente 45° : $F_{max} = \frac{3}{4} \cdot \sin(90^\circ - 45^\circ) \cdot 28000 = 14850 \text{ N} \geq 10\,000 \text{ N}$. Cahier des charges respecté.

Q - 2 : Donner la condition littérale sur l'effort F pour qu'il n'y ait pas décolllement du pied en B. Faire l'application numérique et vérifier si cette valeur est compatible avec le cahier des charges. Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le « Roboclimber » ?

Le maintien du contact impose :

$$Y_{03} \geq 0 \Rightarrow \frac{\sin(\alpha)}{2} \cdot P - \frac{2}{3} \cdot F \geq 0 \Rightarrow F \leq \frac{3}{4} \cdot \sin(\alpha) \cdot P$$

- pente 45° : $F_{max} = \frac{3}{4} \cdot \sin(90^\circ - 45^\circ) \cdot 28000 = 14850 \text{ N} \geq 10\,000 \text{ N}$. Cahier des charges respecté.
- pente 80° : $F_{max} = \frac{3}{4} \cdot \sin(90^\circ - 80^\circ) \cdot 28000 = 3650 \text{ N} \geq 3\,000 \text{ N}$. Cahier des charges respecté.

Q - 2 : Donner la condition littérale sur l'effort F pour qu'il n'y ait pas décollement du pied en B. Faire l'application numérique et vérifier si cette valeur est compatible avec le cahier des charges. Un forage sur une paroi verticale est-il possible avec le « Roboclimber » ?

Le maintien du contact impose :

$$Y_{03} \geq 0 \Rightarrow \frac{\sin(\alpha)}{2} \cdot P - \frac{2}{3} \cdot F \geq 0 \Rightarrow F \leq \frac{3}{4} \cdot \sin(\alpha) \cdot P$$

- pente 45° : $F_{max} = \frac{3}{4} \cdot \sin(90^\circ - 45^\circ) \cdot 28000 = 14850 \text{ N} \geq 10\,000 \text{ N}$. Cahier des charges respecté.
- pente 80° : $F_{max} = \frac{3}{4} \cdot \sin(90^\circ - 80^\circ) \cdot 28000 = 3650 \text{ N} \geq 3\,000 \text{ N}$. Cahier des charges respecté.
- pente 90° : $F_{max} = \frac{3}{4} \cdot \sin(90^\circ - 90^\circ) \cdot 28000 = 0 \text{ N}$. Impossible de forer.

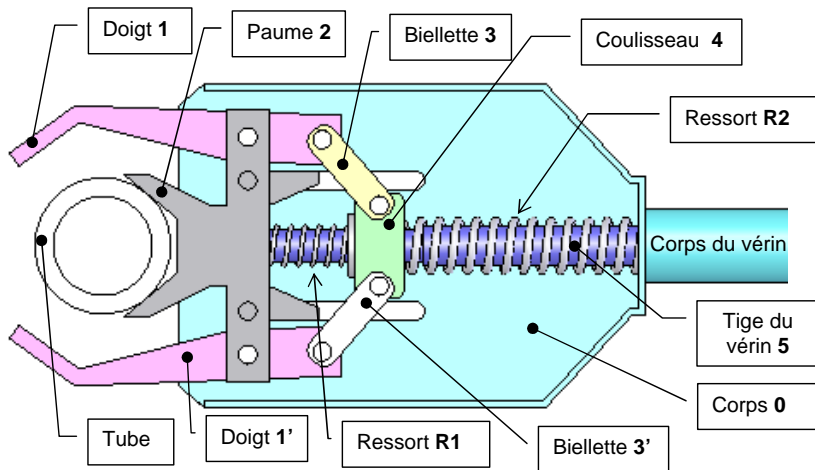
Sommaire

- 1 Présentation générale du système
- 2 Étude de l'enfoncement de tubes de forage dans la paroi
- 3 Étude de la préhension des tubes dans le carrousel**
 - Description des phases
 - Recherche de la vitesse en fin de phase de fermeture
 - Recherche de l'effort exercé par le ressort R2 sur le coulisseau
 - Recherche de la pression de contact maximale entre les doigts et le tube
- 4 Étude de la mise en position de la plateforme par rapport à la surface à forer

Description des phases

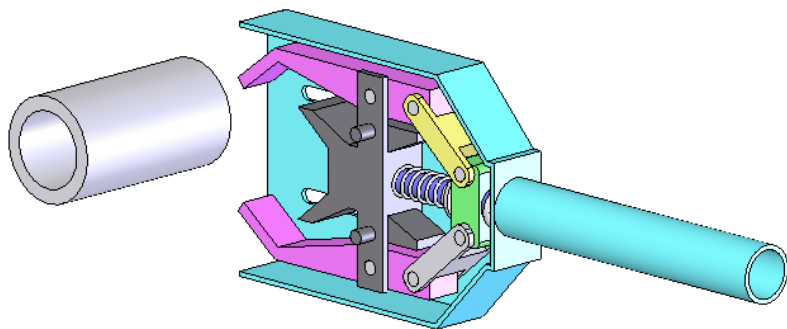
Un bras automatisé est chargé de déplacer les tubes de forage depuis le carrousel, où ils sont stockés, vers la foreuse où ils seront assemblés au train de tubes avant d'être enfoncés dans la paroi.

La préhension des tubes est réalisée par une pince actionnée par un vérin hydraulique.



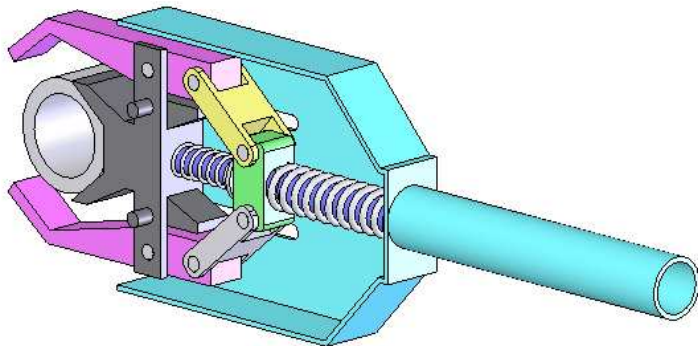
1ère phase : Phase d'avance

L'ensemble des pièces se déplace en mouvement de translation rectiligne par rapport au **corps 0**. La **tige 5** pousse le **ressort R2** qui pousse les autres pièces sans se comprimer par l'intermédiaire du **coulisseau 4**.



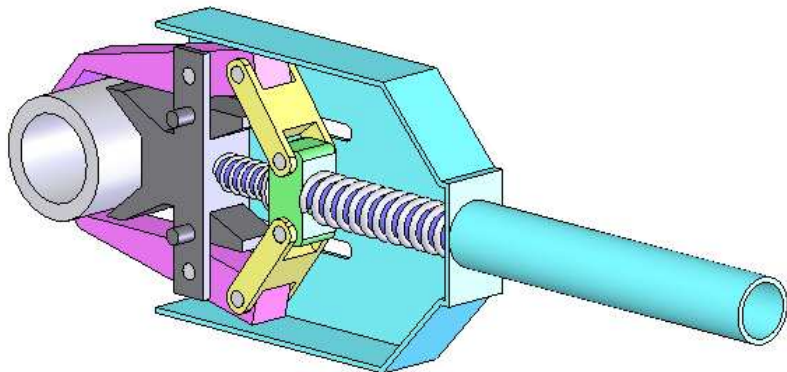
2ème phase : Phase d'accostage

La **paume 2** rentre en contact avec le tube.



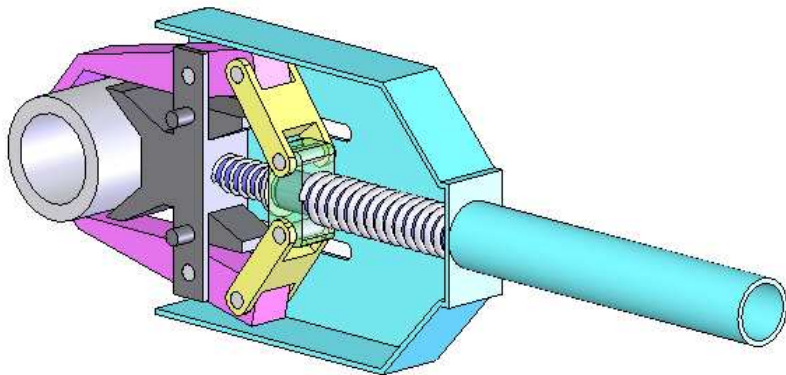
3ème phase : Phase de fermeture

La **tige 5** continue sa course provoquant la translation rectiligne du **coulisseau 4** par rapport à la **paume 2** et la fermeture de la pince par l'intermédiaire des **bielles 3** et **3'**. Le **ressort R1** se comprime entre le **coulisseau** et la **paume**.



4ème phase : Phase de verrouillage

Les **doigts 1** et **1'** rentrent en contact avec le **tube**. Pour garantir la fermeté de la prise, la **tige** du vérin continue de sortir de façon à comprimer le **ressort de verrouillage R2**. Toutes les autres pièces sont immobiles les unes par rapport aux autres. En fin de phase, la pince est alors en position verrouillée.



La répétitivité de l'action de prise sollicite grandement les doigts de la pince en termes de matage. Ce phénomène est en grande partie dû à la pression de contact, mais aussi à la vitesse d'accostage des doigts sur le tube.

Dans un premier temps, on souhaite déterminer la vitesse des doigts par rapport au tube en fin de phase de fermeture.

La pression de contact dépend de l'effort exercé par le ressort sur le coulisseau. Dans un second temps, on cherche à déterminer cet effort en fonction de la course du vérin, et dans un dernier temps la pression de contact maximale au niveau des doigts en fin de phase de verrouillage.

Modèle d'étude et paramétrage

- Pendant la phase de fermeture, le schéma cinématique peut être ramené à celui de la Fig. 6.
- Le repère $\mathcal{R}_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est associé à la **paume 2**.
- Le **tube** est fixe par rapport à la **paume 2**.
- La **tige 5** est en liaison glissière d'axe (B, \vec{x}_2) avec le **coulisseau 4** et en liaison pivot glissant d'axe (A, \vec{x}_2) avec la **paume 2**.
- Les autres liaisons sont définies par le schéma cinématique Fig. 6.
- Le repère $\mathcal{R}_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est associé à la **bielle 3** avec $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$.
- Le repère $\mathcal{R}_{3'} = (C', \vec{x}_{3'}, \vec{y}_{3'}, \vec{z}_{3'})$ est associé à la **bielle 3'** avec $-\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_{3'}) = (\vec{y}_2, \vec{y}_{3'})$.
- F est le point du **doigt 1** qui sera en contact avec le **tube** en fin de phase de fermeture et l'axe (F, \vec{n}) représente la normale à la surface plane du doigt qui sera en contact avec le tube. On note $\gamma = (\vec{x}_2, \vec{n})$.
- La position du **coulisseau 4** est caractérisée par $\lambda(t)$ tel que $\overrightarrow{OB} = -\lambda(t) \cdot \vec{x}_2$.

$$\overrightarrow{BC} = -a.\vec{y}_2$$

$$\overrightarrow{CD} = b.\vec{x}_3$$

$$\overrightarrow{ED} = -c.\vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{OE} = -d.\vec{x}_2 - e.\vec{y}_2$$

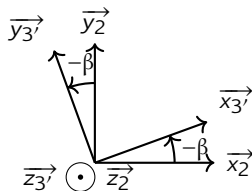
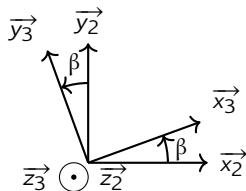
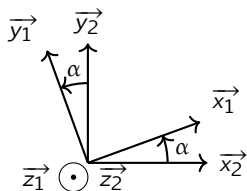
$$\overrightarrow{EF} = f.\vec{x}_1 + h.\vec{y}_1$$

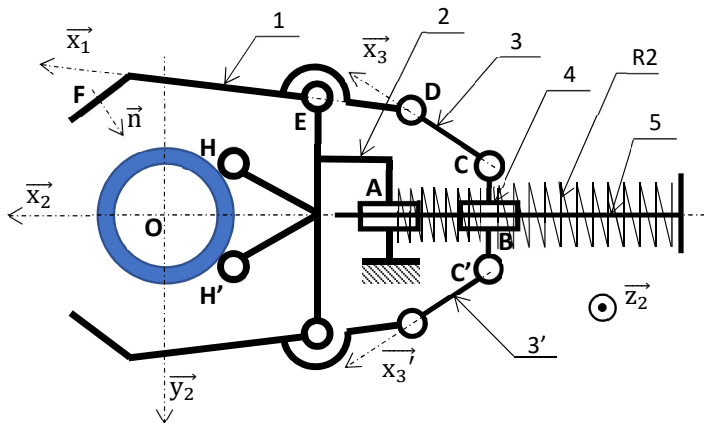
$$a = 20 \text{ mm} \quad b = 42 \text{ mm}$$

$$c = 38 \text{ mm} \quad d = 72 \text{ mm}$$

$$e = 54 \text{ mm} \quad f = 100 \text{ mm}$$

$$h = 10 \text{ mm}$$





Notations

- $\vec{\Omega}_{(m/n)}$ est le vecteur vitesse de rotation du solide m par rapport au solide n .
- $\vec{V}_{(M,m/n)}$ est le vecteur vitesse du point M dans le mouvement du solide m par rapport au solide n .
- La vitesse du **coulisseau 4** est caractérisée par $\vec{V}_{(B,4/2)} = V \cdot \vec{x}_2$.

Vitesse d'impact

Q - 3 : Donner les expressions de $\vec{\Omega}_{(3/2)}$ et $\vec{\Omega}_{(1/2)}$.

Vitesse d'impact

Q - 3 : Donner les expressions de $\vec{\Omega}_{(3/2)}$ et $\vec{\Omega}_{(1/2)}$.

$$\vec{\Omega}_{(3/2)} = \dot{\beta} \cdot \vec{z}_2 \quad \text{et} \quad \vec{\Omega}_{(1/2)} = \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_2$$

Q - 4 : Donner l'expression de $V(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.

Q - 4 : Donner l'expression de $V(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.

$$\begin{aligned}V.\vec{x}_2 &= \vec{V}_{(B,4/2)} = \vec{V}_{(B/2)} - \vec{V}_{(B/4)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{OB}) \right]_2 - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{BB'}) \right]_4 \\ &= \left[\frac{d}{dt} (-\lambda(t).\vec{x}_2) \right]_2 = -\dot{\lambda}(t).\vec{x}_2\end{aligned}$$

Q - 4 : Donner l'expression de $V(t)$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$.

$$\begin{aligned}V.\vec{x}_2 &= \vec{V}_{(B,4/2)} = \vec{V}_{(B/2)} - \vec{V}_{(B/4)} = \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{OB}) \right]_2 - \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{BB'}) \right]_4 \\ &= \left[\frac{d}{dt} (-\lambda(t).\vec{x}_2) \right]_2 = -\dot{\lambda}(t).\vec{x}_2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow V(t) = -\dot{\lambda}(t)$$

Q - 5 : Donner l'expression des torseurs cinématiques $\mathcal{V}_{4/2}$, $\mathcal{V}_{1/2}$ et $\mathcal{V}_{3/4}$ en fonction des paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

Q - 5 : Donner l'expression des torseurs cinématiques $\mathcal{V}_{4/2}$, $\mathcal{V}_{1/2}$ et $\mathcal{V}_{3/4}$ en fonction des paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

$$\mathcal{V}_{4/2} = {}_{VM} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V(t) \cdot \vec{x}_2 \end{array} \right\} ; \quad \mathcal{V}_{1/2} = {}_E \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Q - 5 : Donner l'expression des torseurs cinématiques $\mathcal{V}_{4/2}$, $\mathcal{V}_{1/2}$ et $\mathcal{V}_{3/4}$ en fonction des paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

$$\mathcal{V}_{4/2} = {}_{VM} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V(t) \cdot \vec{x}_2 \end{array} \right\} ; \quad \mathcal{V}_{1/2} = {}_E \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\text{et } \vec{\Omega}_{(3/4)} = \vec{\Omega}_{(3/2)} + \cancel{\vec{\Omega}_{(2/4)}}$$

Q - 5 : Donner l'expression des torseurs cinématiques $\mathcal{V}_{4/2}$, $\mathcal{V}_{1/2}$ et $\mathcal{V}_{3/4}$ en fonction des paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

$$\mathcal{V}_{4/2} = {}_{VM} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V(t) \cdot \vec{x}_2 \end{array} \right\} ; \quad \mathcal{V}_{1/2} = {}_E \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\text{et } \vec{\Omega}_{(3/4)} = \vec{\Omega}_{(3/2)} + \cancel{\vec{\Omega}_{(2/4)}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{V}_{3/4} = {}_C \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta}(t) \cdot \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Q - 6 : A partir d'une fermeture cinématique en D , donner une relation vectorielle liant les paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

Q - 6 : A partir d'une fermeture cinématique en D , donner une relation vectorielle liant les paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

$$\vec{V}_{(D,3/4)} + \vec{V}_{(D,4/2)} = \cancel{\vec{V}_{(D,3/1)}} + \vec{V}_{(D,1/2)}$$

Q - 6 : A partir d'une fermeture cinématique en D, donner une relation vectorielle liant les paramètres cinématiques $V(t)$, $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

$$\vec{V}_{(D,3/4)} + \vec{V}_{(D,4/2)} = \vec{V}_{(D,3/1)} + \vec{V}_{(D,1/2)}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{(C,3/4)} + \vec{DC} \wedge \vec{\Omega}_{(3/4)} + V(t) \cdot \vec{x}_2 = \vec{V}_{(E,1/2)} + \vec{DE} \wedge \vec{\Omega}_{(1/2)}$$

$$-b \cdot \vec{x}_3 \wedge \dot{\beta} \cdot \vec{z}_3 + V(t) \cdot \vec{x}_2 = c \cdot \vec{x}_1 \wedge \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \quad \Rightarrow \quad b \cdot \dot{\beta} \vec{y}_3 + V(t) \cdot \vec{x}_2 = -c \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1$$

Q - 7 : Déterminer l'expression de $\dot{\alpha}(t)$ en fonction de $V(t)$, $\beta(t)$ et $\alpha(t)$ (et bien sûr des paramètres géométriques constants...).

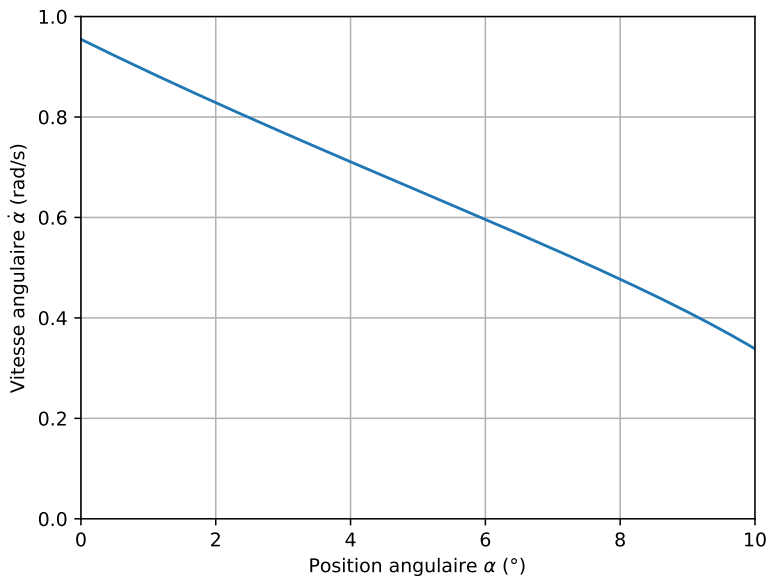
Q - 7 : Déterminer l'expression de $\dot{\alpha}(t)$ en fonction de $V(t)$, $\beta(t)$ et $\alpha(t)$ (et bien sûr des paramètres géométriques constants...).

$$V \cdot \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_3 = -c \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 \cdot \vec{x}_3 \quad \Rightarrow \quad V \cdot \cos(\beta) = c \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin(\alpha - \beta) \quad \Rightarrow \quad \dot{\alpha} = \frac{V \cdot \cos(\beta)}{c \cdot \sin(\alpha - \beta)}$$

La Fig. 7 donne l'évolution de la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ du doigt 1 par rapport au tube en fonction de la position angulaire α du doigt pour $V = 50$ mm/s.

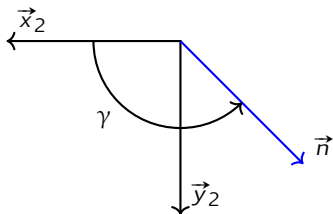
En fin de phase de fermeture le doigt 1 et le tube sont en contact au point F avec un angle $\alpha = 10^\circ$. La normale \vec{n} au contact en F fait un angle γ de 135° avec l'axe \vec{x}_2 .

Evolution de la vitesse angulaire du doigt 1

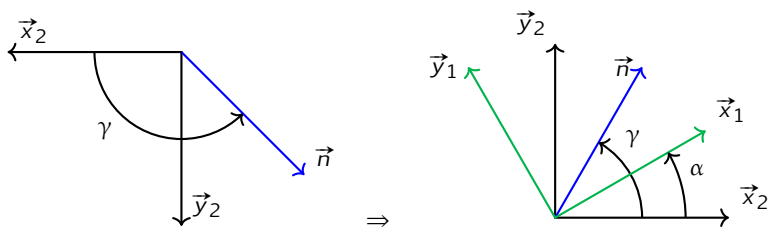


Q - 8 : Donner l'expression de la projection V_C de $\vec{V}_{(F,1/2)}$ sur \vec{n} en fonction de γ . Donner la valeur numérique de V_C .

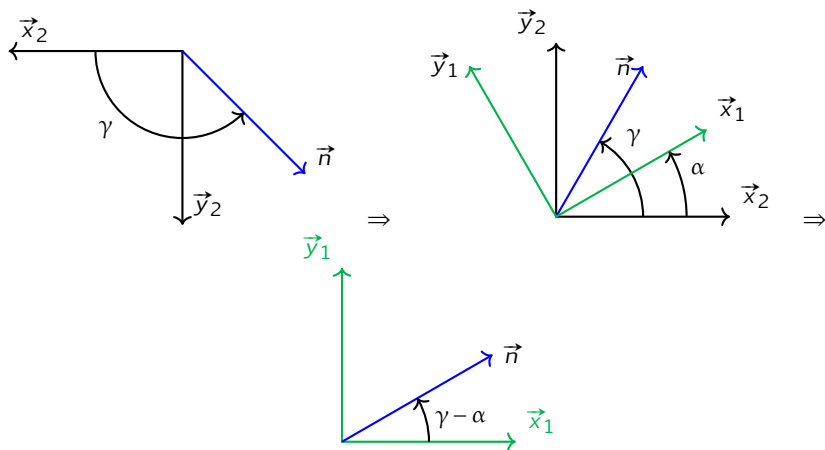
Q - 8 : Donner l'expression de la projection V_C de $\vec{V}_{(F,1/2)}$ sur \vec{n} en fonction de γ . Donner la valeur numérique de V_C .



Q - 8 : Donner l'expression de la projection V_C de $\vec{V}_{(F,1/2)}$ sur \vec{n} en fonction de γ . Donner la valeur numérique de V_C .



Q - 8 : Donner l'expression de la projection V_C de $\vec{V}_{(F,1/2)}$ sur \vec{n} en fonction de γ . Donner la valeur numérique de V_C .



$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{(F,1/2)} &= \cancel{\vec{V}_{(E,1/2)}} + \vec{FE} \wedge \vec{\Omega}_{(1/2)} = -(f.\vec{x}_1 + h.\vec{y}_1) \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}_1 = \dot{\alpha}.(f.\vec{y}_1 - h.\vec{x}_1) \\
 V_c &= \vec{V}_{(F,1/2)} \cdot \vec{n} = \dot{\alpha}.(f.\vec{y}_1 - h.\vec{x}_1) \cdot \vec{n} = \dot{\alpha}.(f.\sin(\gamma - \alpha) - h.\cos(\gamma - \alpha)) \\
 &\approx 0,34 \times (0,1 \times \sin(135^\circ - 10^\circ) - 0,01.\cos(135^\circ - 10^\circ)) \approx 0,03 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

Recherche de l'effort exercé par le ressort R2 sur le coulisseau

La course du vérin doit permettre l'avance, la fermeture et le verrouillage de la pince.

Le vérin utilisé et la longueur d'avance sont tels qu'il reste 50 mm de course pour assurer la fermeture et le verrouillage de la pince.

Lorsque la pince est verrouillée, le vérin est sorti au maximum.

Q - 9 : Par une fermeture géométrique utilisant les points B , C , D , E et O , donner l'expression de β en fonction de α , et l'expression de λ en fonction de α .

Q - 9 : Par une fermeture géométrique utilisant les points B , C , D , E et O , donner l'expression de β en fonction de α , et l'expression de λ en fonction de α .

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} \Rightarrow -d.\vec{x}_2 - e.\vec{y}_2 = -\lambda(t).\vec{x}_2 - a.\vec{y}_2 + b.\vec{x}_3 + c.\vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -d &= -\lambda + b.\cos(\beta) + c.\cos(\alpha) \\ -e &= -a + b.\sin(\beta) + c.\sin(\alpha) \end{cases}$$

Q - 9 : Par une fermeture géométrique utilisant les points B, C, D, E et O , donner l'expression de β en fonction de α , et l'expression de λ en fonction de α .

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} \Rightarrow -d.\vec{x}_2 - e.\vec{y}_2 = -\lambda(t).\vec{x}_2 - a.\vec{y}_2 + b.\vec{x}_3 + c.\vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -d &= -\lambda + b.\cos(\beta) + c.\cos(\alpha) \\ -e &= -a + b.\sin(\beta) + c.\sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b.\cos(\beta) &= \lambda - c.\cos(\alpha) - d \\ b.\sin(\beta) &= a - c.\sin(\alpha) - e \end{cases} \text{ et } \beta = \arcsin\left(\frac{a - e - c.\sin(\alpha)}{b}\right)$$

$$\Rightarrow b^2 = (d + c.\cos(\alpha) - \lambda)^2 + (e + c.\sin(\alpha) - a)^2$$

Q - 9 : Par une fermeture géométrique utilisant les points B, C, D, E et O, donner l'expression de β en fonction de α , et l'expression de λ en fonction de α .

$$\vec{OE} = \vec{OB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} \Rightarrow -d.\vec{x}_2 - e.\vec{y}_2 = -\lambda(t).\vec{x}_2 - a.\vec{y}_2 + b.\vec{x}_3 + c.\vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -d &= -\lambda + b.\cos(\beta) + c.\cos(\alpha) \\ -e &= -a + b.\sin(\beta) + c.\sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b.\cos(\beta) &= \lambda - c.\cos(\alpha) - d \\ b.\sin(\beta) &= a - c.\sin(\alpha) - e \end{cases} \text{ et } \beta = \arcsin\left(\frac{a - e - c.\sin(\alpha)}{b}\right)$$

$$\Rightarrow b^2 = (d + c.\cos(\alpha) - \lambda)^2 + (e + c.\sin(\alpha) - a)^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \sqrt{b^2 - (e + c.\sin(\alpha) - a)^2} + d + c.\cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow b^2 = (d + c \cdot \cos(\alpha) - \lambda)^2 + (e + c \cdot \sin(\alpha) - a)^2$$

$$\Rightarrow b^2 = (d + c \cdot \cos(\alpha) - \lambda)^2 + (e + c \cdot \sin(\alpha) - a)^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \sqrt{b^2 - (e + c \cdot \sin(\alpha) - a)^2} + d + c \cdot \cos(\alpha)$$

Par rapport au tube qui est fixe par rapport à la paume, le débattement angulaire du doigt 1 nécessaire à la fermeture de la pince est $\Delta\alpha = 10^\circ$. Lorsque la pince est ouverte, le doigt occupe une position telle que $\alpha = 0^\circ$.

Par rapport au tube qui est fixe par rapport à la paume, le débattement angulaire du doigt 1 nécessaire à la fermeture de la pince est $\Delta\alpha = 10^\circ$. Lorsque la pince est ouverte, le doigt occupe une position telle que $\alpha = 0^\circ$.

Q - 10 : Déterminer les valeurs de λ en début et en fin de phase de fermeture. En déduire la course du coulisseau durant cette phase et la course restant à parcourir pour la phase de verrouillage.

Par rapport au tube qui est fixe par rapport à la paume, le débattement angulaire du doigt 1 nécessaire à la fermeture de la pince est $\Delta\alpha = 10^\circ$. Lorsque la pince est ouverte, le doigt occupe une position telle que $\alpha = 0^\circ$.

Q - 10 : Déterminer les valeurs de λ en début et en fin de phase de fermeture. En déduire la course du coulisseau durant cette phase et la course restant à parcourir pour la phase de verrouillage.

- en début de fermeture : $\alpha = 0^\circ \Rightarrow \lambda_{max} = \sqrt{b^2 - (e - a)^2} + d + c \approx 0,134 \text{ m}$
- à la fermeture : $\alpha = 10^\circ \Rightarrow \lambda_{min} = 0,120 \text{ m}$
- la course lors de la fermeture vaut alors : $\delta\lambda_f = \lambda_{max} - \lambda_{min} \approx 14,5 \text{ mm}$
- la course lors de la phase d'avance : $\delta\lambda_a = \delta\lambda_{max} - \delta\lambda_f = 50 - 14,5 = 35,5 \text{ mm}$

Le ressort R2 a une raideur $k = 13 \text{ N/mm}$.

Le ressort R2 a une raideur $k = 13 \text{ N/mm}$.

Q - 11 : Déterminer l'effort F_R exercé par le ressort sur le coulisseau.

Le ressort R2 a une raideur $k = 13 \text{ N/mm}$.

Q - 11 : Déterminer l'effort F_R exercé par le ressort sur le coulisseau.

L'effort F_R est généré par l'écrasement du ressort lors de la course du vérin pendant la phase d'avance :

Le ressort R2 a une raideur $k = 13 \text{ N/mm}$.

Q - 11 : Déterminer l'effort F_R exercé par le ressort sur le coulisseau.

L'effort F_R est généré par l'écrasement du ressort lors de la course du vérin pendant la phase d'avance :

$$F_R = k \cdot \delta \lambda_a = 13 \times 35,5 = 461,5 \text{ N}$$

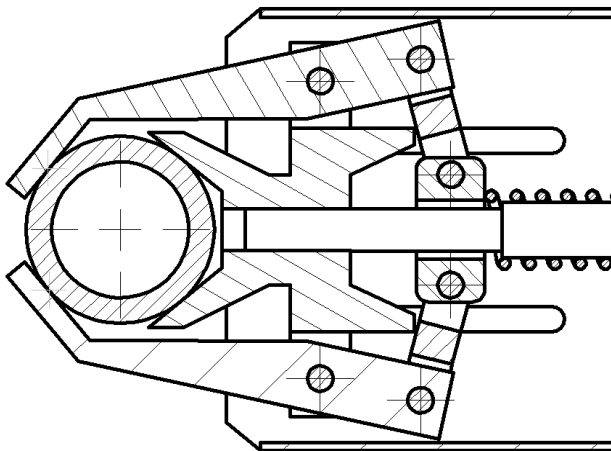
Recherche de la pression de contact maximale entre les doigts et le tube

On se place dans la position d'équilibre définie par la Fig. 8 en fin de phase de verrouillage, le ressort R2 étant comprimé au maximum.

Le paramétrage est celui de la Fig. 6. On rappelle qu'en fin de phase de fermeture, le doigt 1 et le tube sont en contact au point F avec un angle $\alpha = 10^\circ$ et $\gamma = 135^\circ$. Dans cette position, $\beta \approx -75^\circ$.

- Le problème est considéré comme plan de repère $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$, supposé galiléen et associé à l'ensemble **{tube, paume 2}**.
- L'action mécanique exercée par le **ressort R2** sur le **coulisseau 4** est modélisée par le glisseur : $\mathcal{F}_{R2 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{c} F_R \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$ avec $F_R = 465 \text{ N}$.
- L'action mécanique exercée par le **ressort R1** sur le **coulisseau 4** est négligée par rapport à l'action mécanique exercée par le **ressort R2** sur le **coulisseau 4**.

REMARQUE : on ne tiendra pas compte de l'action de la pesanteur sur les différents éléments (l'accélération de la pesanteur \vec{g} n'est pas parallèle au plan d'étude).



Q - 12 : Démontrer, en isolant le système approprié, que l'action mécanique exercée par la **bielle 3** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par un glisseur d'axe (C, \vec{x}_3) .

Q - 12 : Démontrer, en isolant le système approprié, que l'action mécanique exercée par la **bielle 3** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par un glisseur d'axe (C, \vec{x}_3) .

- isolons la **bielle 3**.
- faisons le BAME appliquées à la **bielle 3** :

$$\begin{aligned} \circ \text{ action de 1 sur 3 : } \mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} &= \left. \begin{array}{l} \vec{R}_{1 \rightarrow 3} \\ \vec{M}_{(D, 1 \rightarrow 3)} \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{M}_{(D, 1 \rightarrow 3)} \cdot \vec{Z} = 0 \\ \circ \text{ action de 4 sur 3 : } \mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} &= \left. \begin{array}{l} \vec{R}_{4 \rightarrow 3} \\ \vec{M}_{(C, 4 \rightarrow 3)} \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{M}_{(C, 4 \rightarrow 3)} \cdot \vec{Z} = 0 \end{aligned}$$

La modélisation plane élimine la composante sur \vec{z}_2 de la résultante des torseurs d'action mécanique et de ne conserver que la composante sur \vec{z}_2 du moment. Or ce dernier est nul en D pour le torseur de l'action de 1 sur 3 et nul en C pour le torseur de l'action de 4 sur 3. Donc les torseurs des actions de 1 sur 3 et de 4 sur 3 sont des glisseurs.

- la **bielle 3** étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au **sol 0** (ou la **psaume 2**) sous l'action de deux glisseurs. Ces glisseurs sont donc opposés et ont pour direction la droite passant par leurs points d'application, D et C . La droite (CD) admet comme vecteur directeur \vec{x}_3 , donc l'action mécanique exercée par la **bielle 3** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par un glisseur d'axe (C, \vec{x}_3) .

- la **bielle 3** étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au **sol 0** (ou la **psaume 2**) sous l'action de deux glisseurs. Ces glisseurs sont donc opposés et ont pour direction la droite passant par leurs points d'application, D et C . La droite (CD) admet comme vecteur directeur \vec{x}_3 , donc l'action mécanique exercée par la **bielle 3** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par un glisseur d'axe (C, \vec{x}_3) .

Pour la suite on note ce torseur : $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{c} -F_b \cdot \vec{x}_3 \\ 0 \end{array} \right\}$.

De la même manière on peut démontrer que l'action de la **bielle 3'** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par un glisseur porté par l'axe (C, \vec{x}'_3) , soit :

$$\mathcal{F}'_{3' \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{c} -F'_b \cdot \vec{x}'_3 \\ 0 \end{array} \right\}.$$

Q - 13 : Justifier que l'action mécanique exercée par la **tige 5** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par le torseur $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \underset{B}{\left\{ \begin{array}{l} Y_{54} \cdot \vec{y}_2 \\ N_{54} \cdot \vec{z}_2 \end{array} \right\}}$.

Q - 13 : Justifier que l'action mécanique exercée par la **tige 5** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par le torseur $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{54} \cdot \vec{y}_2 \\ N_{54} \cdot \vec{z}_2 \end{array} \right\}_B$.

La liaison glissière de direction \vec{x}_2 entre la **tige 5** et le **coulisseau 4** conduit à modéliser le torseur des actions mécaniques par le torseur :

$$\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & L_{54} \\ Y_{54} & M_{54} \\ Z_{54} & N_{54} \end{array} \right\}_{B_2}$$

Q - 13 : Justifier que l'action mécanique exercée par la **tige 5** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par le torseur $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{54} \cdot \vec{y}_2 \\ N_{54} \cdot \vec{z}_2 \end{array} \right\}_B$.

La liaison glissière de direction \vec{x}_2 entre la **tige 5** et le **coulisseau 4** conduit à modéliser le torseur des actions mécaniques par le torseur :

$$\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & L_{54} \\ Y_{54} & M_{54} \\ Z_{54} & N_{54} \end{array} \right\}_{B_2}$$

La modélisation plane de normale \vec{z}_2 conduit à :

Q - 13 : Justifier que l'action mécanique exercée par la **tige 5** sur le **coulisseau 4** peut être modélisée par le torseur $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{54} \cdot \vec{y}_2 \\ N_{54} \cdot \vec{z}_2 \end{array} \right\}_B$.

La liaison glissière de direction \vec{x}_2 entre la **tige 5** et le **coulisseau 4** conduit à modéliser le torseur des actions mécaniques par le torseur :

$$\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & L_{54} \\ Y_{54} & M_{54} \\ Z_{54} & N_{54} \end{array} \right\}_{B_2}$$

La modélisation plane de normale \vec{z}_2 conduit à :

$$\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & - \\ Y_{54} & - \\ - & N_{54} \end{array} \right\}_{B_2} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{54} \cdot \vec{y}_2 \\ N_{54} \cdot \vec{z}_2 \end{array} \right\}_B$$

Q - 14 : Traduire l'équilibre du **coulisseau 4** au point **B** de manière à déterminer 3 relations entre les différentes composantes des torseurs modélisant les actions mécaniques extérieures qui lui sont appliquées.

Q - 14 : Traduire l'équilibre du **coulisseau 4** au point B de manière à déterminer 3 relations entre les différentes composantes des torseurs modélisant les actions mécaniques extérieures qui lui sont appliquées.

- on isole le **coulisseau 4**
- on fait le BAME appliquées au **coulisseau 4** :
 - action du ressort R1 sur 4 : négligée
 - action du ressort R2 sur 4 : $\mathcal{F}_{R2 \rightarrow 4}$
 - action de 5 sur 4 : $\mathcal{F}_{5 \rightarrow 4}$
 - action de 3 sur 4 : $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4}$
 - action de 3' sur 4 : $\mathcal{F}_{3' \rightarrow 4}$

- le **coulisseau 4** étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au **sol 0**, on lui applique le PFS :

$$\mathbb{O} = \mathcal{F}_{R2 \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{3' \rightarrow 4}$$

- le **coulisseau 4** étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au **sol 0**, on lui applique le PFS :

$$\mathbb{O} = \mathcal{F}_{R2 \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{5 \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} + \mathcal{F}_{3' \rightarrow 4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{0} &= \vec{R}_{R2 \rightarrow 4} + \vec{R}_{5 \rightarrow 4} + \vec{R}_{3 \rightarrow 4} + \vec{R}_{3' \rightarrow 4} \\ \vec{0} &= \cancel{\vec{M}_{(B, R2 \rightarrow 4)}} + \vec{M}_{(B, 5 \rightarrow 4)} + \vec{M}_{(B, 3 \rightarrow 4)} + \vec{M}_{(B, 3' \rightarrow 4)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{0} &= F_R \cdot \vec{x}_2 + Y_{54} \cdot \vec{y}_2 - F_b \cdot \vec{x}_3 - F'_b \cdot \vec{x}_{3'} \\ \vec{0} &= N_{54} \cdot \vec{z}_2 + \cancel{\vec{M}_{(C,3 \rightarrow 4)}} + \vec{BC} \wedge \vec{R}_{3 \rightarrow 4} + \cancel{\vec{M}_{(C',3' \rightarrow 4)}} + \vec{BC}' \wedge \vec{R}_{3' \rightarrow 4} \\ \vec{0} &= N_{54} \cdot \vec{z}_2 - a \cdot \vec{y}_2 \wedge (-F_b \cdot \vec{x}_3) + a \cdot \vec{y}_2 \wedge (-F'_b \cdot \vec{x}_{3'}) \\ \vec{0} &= N_{54} \cdot \vec{z}_2 - a \cdot F_b \cdot \cos(\beta) \cdot \vec{z}_2 + a \cdot F'_b \cdot \cos(-\beta) \cdot \vec{z}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 &= F_R - F_b \cdot \cos(\beta) - F'_b \cdot \cos(-\beta) \\ 0 &= Y_{54} - F_b \cdot \sin(\beta) - F'_b \cdot \sin(-\beta) \\ 0 &= N_{54} - a \cdot F_b \cdot \cos(\beta) + a \cdot F'_b \cdot \cos(-\beta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{0} &= F_R \cdot \vec{x}_2 + Y_{54} \cdot \vec{y}_2 - F_b \cdot \vec{x}_3 - F'_b \cdot \vec{x}_{3'} \\ \vec{0} &= N_{54} \cdot \vec{z}_2 + \cancel{\vec{M}(C, 3 \rightarrow 4)} + \vec{BC} \wedge \vec{R}_{3 \rightarrow 4} + \cancel{\vec{M}(C', 3' \rightarrow 4)} + \vec{BC}' \wedge \vec{R}_{3' \rightarrow 4} \\ \vec{0} &= N_{54} \cdot \vec{z}_2 - a \cdot \vec{y}_2 \wedge (-F_b \cdot \vec{x}_3) + a \cdot \vec{y}_2 \wedge (-F'_b \cdot \vec{x}_{3'}) \\ \vec{0} &= N_{54} \cdot \vec{z}_2 - a \cdot F_b \cdot \cos(\beta) \cdot \vec{z}_2 + a \cdot F'_b \cdot \cos(-\beta) \cdot \vec{z}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 &= F_R - F_b \cdot \cos(\beta) - F'_b \cdot \cos(-\beta) \\ 0 &= Y_{54} - F_b \cdot \sin(\beta) - F'_b \cdot \sin(-\beta) \\ 0 &= N_{54} - a \cdot F_b \cdot \cos(\beta) + a \cdot F'_b \cdot \cos(-\beta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 &= F_R - F_b \cdot \cos(\beta) - F'_b \cdot \cos(\beta) \\ 0 &= Y_{54} - F_b \cdot \sin(\beta) + F'_b \cdot \sin(\beta) \\ 0 &= N_{54} - a \cdot F_b \cdot \cos(\beta) + a \cdot F'_b \cdot \cos(\beta) \end{cases}$$

Q - 15 : Donner la condition pour que $N_{54} = 0$. Avec cette condition, démontrer que $F_b = \frac{F_R}{2 \cdot \cos(\beta)}$ et vérifier que $Y_{54} = 0$.

Q - 15 : Donner la condition pour que $N_{54} = 0$. Avec cette condition, démontrer que $F_b = \frac{F_R}{2 \cdot \cos(\beta)}$ et vérifier que $Y_{54} = 0$.

$$N_{54} = 0 \Rightarrow 0 = -a \cdot F_b \cdot \cos(\beta) + a \cdot F'_b \cdot \cos(\beta) \Rightarrow F_b = F'_b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = F_R - 2 \cdot F_b \cdot \cos(\beta) \\ 0 = Y_{54} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_b = \frac{F_R}{2 \cdot \cos(\beta)} \\ Y_{54} = 0 \end{cases}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} \Rightarrow \mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} \Rightarrow \mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = +\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} \Rightarrow \mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = +\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} \Rightarrow \mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = +\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} = {}_C \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} \Rightarrow \mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = +\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} = {}_C \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Q - 16 : Démontrer que l'action exercée par la **bielle 3** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$

En question 12, on isole la pièce **bielle 3** et on montre que :

$$\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} \Rightarrow \mathcal{F}_{3 \rightarrow 1} = -\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3} = +\mathcal{F}_{4 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{3 \rightarrow 4} = {}_C \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_b \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

car $\vec{CD} \wedge \vec{x}_3$

Q - 17 : Justifier que l'action exercée par le **tube** sur le **doigt 1** peut être modélisée par un glisseur porté d'axe (F, \vec{n}) .

Q - 17 : Justifier que l'action exercée par le **tube** sur le **doigt 1** peut être modélisée par un glisseur porté d'axe (F, \vec{n}) .

La nature du contact entre le **tube** et le **doigt 1** est un segment porté par la droite (F, \vec{z}_2) . Il s'agit donc d'une liaison linéique de contact la droite (F, \vec{z}_2) et de normal \vec{n} :

$$\Rightarrow \mathcal{F}_{0 \rightarrow 1} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{l} F_S \cdot \vec{n} \\ M_S \cdot (\vec{n} \wedge \vec{z}_2) \end{array} \right\}}$$

La modélisation plane de normale \vec{z}_2 élimine les composantes du moment comprises dans le plan (\vec{x}_2, \vec{y}_2) . Ainsi $M_S = 0$ et $\mathcal{F}_{0 \rightarrow 1} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{l} F_S \cdot \vec{n} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$.

L'action exercée par le **tube** sur le **doigt 1** peut être modélisée par un glisseur porté d'axe (F, \vec{n}) .

Q - 17 : Justifier que l'action exercée par le **tube** sur le **doigt 1** peut être modélisée par un glisseur porté d'axe (F, \vec{n}) .

La nature du contact entre le **tube** et le **doigt 1** est un segment porté par la droite (F, \vec{z}_2) . Il s'agit donc d'une liaison linéique de contact la droite (F, \vec{z}_2) et de normal \vec{n} :

$$\Rightarrow \mathcal{F}_{0 \rightarrow 1} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{l} F_S \cdot \vec{n} \\ M_S \cdot (\vec{n} \wedge \vec{z}_2) \end{array} \right\}}$$

La modélisation plane de normale \vec{z}_2 élimine les composantes du moment comprises dans le plan (\vec{x}_2, \vec{y}_2) . Ainsi $M_S = 0$ et $\mathcal{F}_{0 \rightarrow 1} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{l} F_S \cdot \vec{n} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$.

L'action exercée par le **tube** sur le **doigt 1** peut être modélisée par un glisseur porté d'axe (F, \vec{n}) .

Pour la suite on note ce torseur : $\mathcal{F}_{T \rightarrow 1} = \underset{F}{\left\{ \begin{array}{l} F_S \cdot \vec{n} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$.

Q - 18 : Justifier que l'action exercée par la paume 2 sur le doigt 1 peut être modélisée par le glisseur

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} X_{21} \cdot \vec{x}_2 + Y_{21} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E.$$

Q - 18 : Justifier que l'action exercée par la **paume 2** sur le **doigt 1** peut être modélisée par le glisseur $\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{c} X_{21} \cdot \vec{x}_2 + Y_{21} \cdot \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$.

La liaison entre la **paume 2** et le **doigt 1** est une liaison pivot d'axe (E, \vec{z}_2) . Ainsi :

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{21} & L_{21} \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & 0 \end{array} \right\}_{B_2}$$

La modélisation plane de normale \vec{z}_2 conduit à :

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{21} & - \\ Y_{21} & - \\ - & 0 \end{array} \right\}_{B_2}$$

*Q - 19 : Appliquer au **doigt 1** le théorème du moment statique exprimé au point E de manière à obtenir une expression de F_S en fonction de F_b .*

Q - 19 : Appliquer au **doigt 1** le théorème du moment statique exprimé au point E de manière à obtenir une expression de F_S en fonction de F_b .

- on isole le **doigt 1**
- on fait le BAME appliquées au **doigt 1**
 - action du tube 0 sur 1 : $\mathcal{F}_{0 \rightarrow 1}$
 - action de la paume 2 sur 1 : $\mathcal{F}_{2 \rightarrow 1}$
 - action de la bielle 3 sur 1 : $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 1}$
 - action de la gravitation sur 1 : non étudiée

- le **doigt 1** étant à l'équilibre dans le repère galiléen lié au tube , on applique au doigt 1 le théorème du moment statique au point E et en projection sur \vec{Z}_2 :

$$\begin{aligned}
 0 &= \left(\vec{M}_{(E,0 \rightarrow 1)} + \cancel{\vec{M}_{(E,2 \rightarrow 1)}} + \vec{M}_{(E,3 \rightarrow 1)} \right) \cdot \vec{Z}_2 \\
 &= \left(\cancel{\vec{M}_{(F,0 \rightarrow 1)}} + \vec{EF} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 1} + \cancel{\vec{M}_{(D,3 \rightarrow 1)}} + \vec{ED} \wedge \vec{R}_{3 \rightarrow 1} \right) \cdot \vec{Z}_2 \\
 &= \left((f \cdot \vec{x}_1 + h \cdot \vec{y}_1) \wedge F_S \cdot \vec{n} - c \cdot \vec{x}_1 \wedge F_b \cdot \vec{x}_3 \right) \cdot \vec{Z}_1 \\
 &= (f \cdot \vec{y}_1 - h \cdot \vec{x}_1) \cdot F_S \cdot \vec{n} - c \cdot F_b \cdot \vec{y}_1 \cdot \vec{x}_3 \\
 &= (f \cdot \sin(\gamma - \alpha) - h \cdot \cos(\gamma - \alpha)) \cdot F_S - c \cdot F_b \cdot \sin(\alpha - \beta)
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F_S = \frac{c \cdot \sin(\alpha - \beta)}{f \cdot \sin(\gamma - \alpha) - h \cdot \cos(\gamma - \alpha)} \cdot F_b$$

Q - 20 : En déduire l'expression de F_S en fonction de F_R et faire l'application numérique.

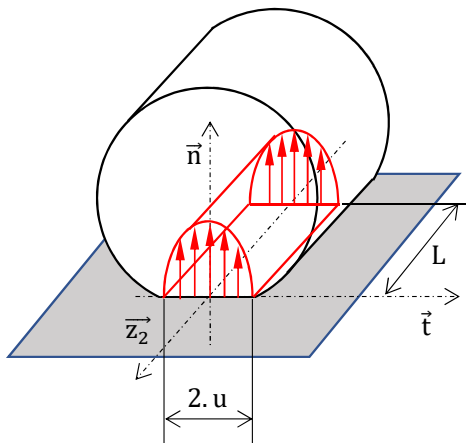
Q - 20 : En déduire l'expression de F_S en fonction de F_R et faire l'application numérique.

$$F_S = \frac{c \cdot \sin(\alpha - \beta)}{f \cdot \sin(\gamma - \alpha) - h \cdot \cos(\gamma - \alpha)} \cdot F_b = \frac{c \cdot \sin(\alpha - \beta)}{f \cdot \sin(\gamma - \alpha) - h \cdot \cos(\gamma - \alpha)} \cdot \frac{F_R}{2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$F_S = \frac{0,38 \times \sin(10^\circ - (-75^\circ))}{0,1 \times \sin(135^\circ - 10^\circ) - 0,01 \times \cos(135^\circ - 10^\circ)} \times \frac{465}{2 \times \cos(-75^\circ)} \approx 388 \text{ N}$$

Sous l'action de l'effort F_S le tube se déforme légèrement au niveau du contact avec le doigt 1. Il en résulte une petite surface d'écrasement sur laquelle s'exerce une pression.

Pour déterminer la pression maximale au niveau du contact, on choisit un modèle de répartition de pression sinusoïdale suivant la direction \vec{t} et constant suivant la direction \vec{z}_2 comme le représente la Fig. 9.



Soit M un point appartenant à la surface de contact. La position du point M est définie par : $\vec{FM} = y \cdot \vec{t} + z \cdot \vec{z}_2$ avec $-u \leq y \leq u$ et $0 \leq z \leq L$.

La pression en M est : $p(M) = p_{max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2u} \cdot y\right)$.

L'effort F_S correspond à la résultante des efforts de pressions sur la surface de contact. Pour la suite on prend $F_S = 390$ N.

Q - 21 : Déterminer l'expression de p_{max} en fonction de F_S , u et L .

Q - 21 : Déterminer l'expression de p_{max} en fonction de F_S , u et L .

$$\begin{aligned}
 F_S &= \iint_S p(M) dS = \int_{y=-u}^u \int_{z=0}^L p_{max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2.u} \cdot y\right) \cdot dy \cdot dz \\
 &= p_{max} \cdot \left(\int_{z=0}^L dz\right) \cdot \left(\int_{y=-u}^u \cos\left(\frac{\pi}{2.u} \cdot y\right) \cdot dy\right) \\
 &= p_{max} \cdot \left[z\right]_0^L \cdot \left[\frac{2.u}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2.u} \cdot y\right)\right]_{-u}^u = p_{max} \cdot L \cdot \frac{4.u}{\pi} \Rightarrow p_{max} = \frac{\pi}{4.u.L} \cdot F_S
 \end{aligned}$$

Une étude a permis de quantifier la déformation au niveau du contact avec $u = 0,052$ mm. La largeur du doigt de la pince est $L = 100$ mm.

La pression pour éviter le matage ne doit pas excéder la pression admissible au matage $p_{adm} = 100$ MPa = 10^8 Pa.

Q - 22 : Donner la valeur numérique de p_{max} exercée au contact et conclure sur la tenue au matage.

Q - 22 : Donner la valeur numérique de p_{max} exercée au contact et conclure sur la tenue au matage.

$$p_{max} = \frac{\pi}{4 \cdot u \cdot L} \cdot F_S = \frac{\pi}{4 \times 0,052 \cdot 10^{-3} \times 0,1} \times 390 \approx 59 \text{ MPa} \leq 100 \text{ MPa} = p_{adm}$$

La tenue au matage est vérifiée puisque la pression de contact maximale exercée est inférieure à la pression de matage.

Sommaire

- 1 Présentation générale du système
- 2 Étude de l'enfoncement de tubes de forage dans la paroi
- 3 Étude de la préhension des tubes dans le carrousel
- 4 Étude de la mise en position de la plateforme par rapport à la surface à forer
 - Modélisation du comportement d'un vérin
 - Comportement de l'asservissement en position d'un pied lors de la mise en position

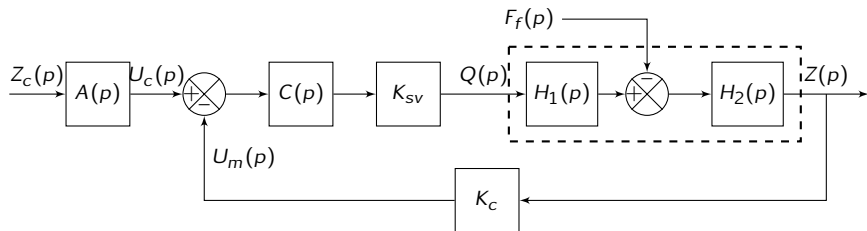
Pour garantir la mise et le maintien en position de la plateforme par rapport à la surface à forer, les quatre vérins hydrauliques, qui assurent la montée et la descente des quatre pieds, sont asservis en position.

Chaque pied sort jusqu'à venir en contact avec le sol, le contact étant détecté par un capteur d'effort situé sous le pied. L'asservissement des déplacements de la tige du vérin entre en jeu à ce moment-là. C'est la phase de mise en position. Les pieds sont généralement soumis à un effort constant.

Lorsque la plateforme est en position et que l'opération de forage est effective, les pieds sont sollicités différemment. L'effort comprend deux composantes :

- une composante constante donnée par l'effort de poussée de la tête de forage ;
- une composante liée à la percussion modélisée par des impulsions (Dirac) périodiques.

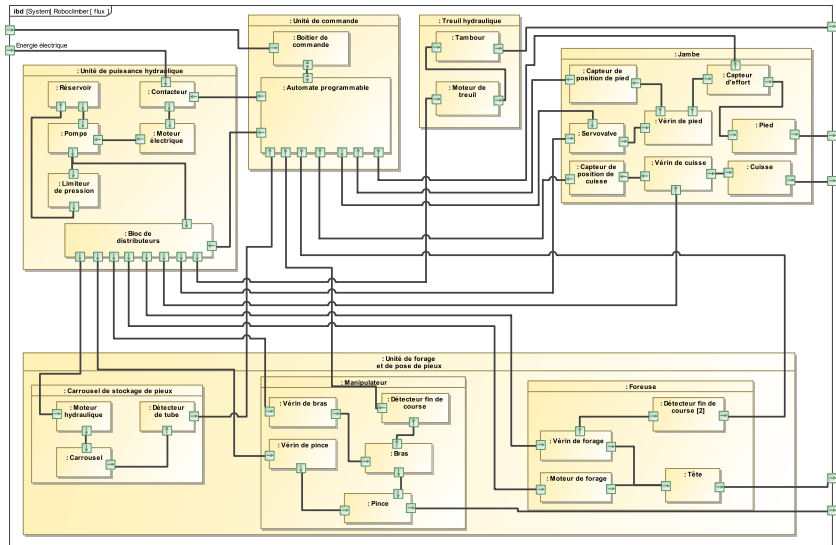
L'objectif de cette partie est de vérifier les exigences de performances de l'asservissement en position d'un pied. Le schéma blocs Fig. 10 modélise le comportement de l'asservissement en position d'un pied.



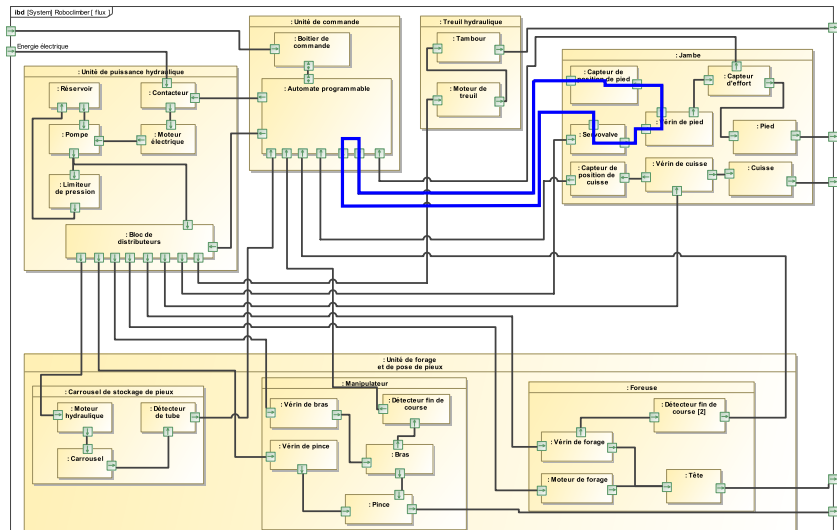
Fonction temporelle	Définition (unité)	Transformée de Laplace
$z_c(t)$	Consigne de position (m)	$Z_c(p)$
$z(t)$	Position d'un pied (m)	$Z(p)$
$u(t)$	Tension de commande de la servovalve (V)	$U(p)$
$u_c(t)$	Tension image de la consigne (V)	$U_c(p)$
$u_m(t)$	Tension image de la position (V)	$U_m(p)$

Fonctions de transfert : définition (unité éventuelle)	
K_c	Gain du capteur potentiométrique ($V.m^{-1}$)
$A(p)$	Fonction de transfert du bloc d'adaptation
$C(p)$	Correcteur de position
K_{sv}	Gain de la servovalve ($m^3.s^{-1}.V^{-1}$)
$H_1(p)$ et $H_2(p)$	Fonctions de transfert caractéristiques du comportement du vérin

Q - 23 : Repérer la boucle d'asservissement (flux et composants participant à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (ibd) du document réponse.

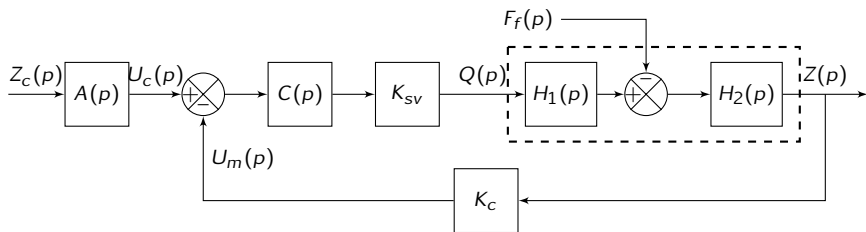


Q - 23 : Repérer la boucle d'asservissement (flux et composants participant à l'asservissement en position du tiroir) sur le diagramme de blocs internes (ibd) du document réponse.

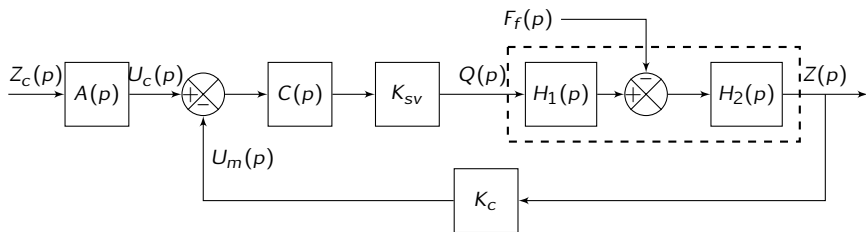


Q - 24 : Donner l'expression de $A(p)$ en fonction de K_C pour que pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

Q - 24 : Donner l'expression de $A(p)$ en fonction de K_C pour que pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.

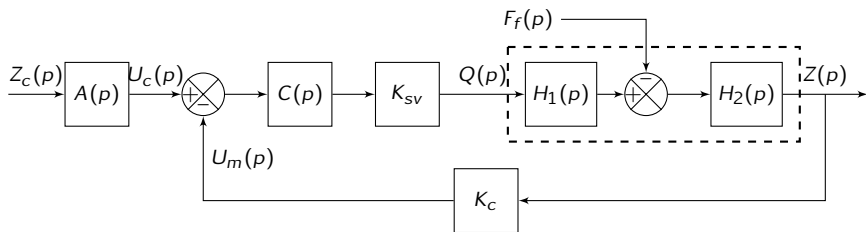


Q - 24 : Donner l'expression de $A(p)$ en fonction de K_C pour que pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.



On souhaite que si la sortie converge vers l'entrée en régime permanent cela conduise à obtenir un écart statique nul.

Q - 24 : Donner l'expression de $A(p)$ en fonction de K_C pour que pour le système soit correctement asservi. Justifier votre réponse.



On souhaite que si la sortie converge vers l'entrée en régime permanent cela conduise à obtenir un écart statique nul. Or :

$$\varepsilon_U(p) = U_c(p) - U_m(p) = A(p).Z_c(p) - K_C.Z(p)$$

Pour obtenir un écart statique nul si z converge vers z_c en régime permanent, il convient de prendre $A(p) = K_C$.

Exigences

Exigences du cahier des charges en termes de performances de l'asservissement :

Exigence	Critères	Niveaux
Id 2 La commande du système doit permettre la mise en position et le maintien en position de la plateforme.	Précision	Erreur statique nulle vis-à-vis d'une entrée en échelon (consigne et perturbation) Erreur statique nulle vis-à-vis d'une perturbation impulsionnelle
	Stabilité	Dépassements limités à 0,02 m
	Rapidité	Temps de réponse à 5% de 0,15 s maximum

Modélisation du comportement d'un vérin

Q - 25 : A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $V_1(p)$, $V_2(p)$, $V_3(p)$ et $V_4(p)$.

Q - 25 : A l'aide des équations (1) et (2) et en supposant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $V_1(p)$, $V_2(p)$, $V_3(p)$ et $V_4(p)$.

$$\begin{aligned}
 q(t) &= S \cdot \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \frac{d\delta p(t)}{dt} && \Rightarrow \\
 \Rightarrow Q(p) &= S \cdot p \cdot Z(p) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot p \cdot \Delta P(p) && \Rightarrow \\
 M \cdot \frac{d^2 z(t)}{dt^2} &= S \cdot \delta p(t) - k \cdot z(t) - \mu \cdot \frac{dz(t)}{dt} - f_f(t) && \Rightarrow \\
 \Rightarrow M \cdot p^2 \cdot Z(p) &= S \cdot \Delta P(p) - k \cdot Z(p) - \mu \cdot p \cdot Z(p) - F_f(p) && \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Delta P(p) = \underbrace{\frac{2.B}{V.p}}_{V_1(p)} \cdot \left(Q(p) - \underbrace{S.p}_{V_4(p)} \cdot Z(p) \right)$$

$$\text{et } Z(p) = \frac{1}{\underbrace{k + \mu.p + M.p^2}_{V_3(p)}} \cdot \left(-F_f(p) + \underbrace{S}_{V_2(p)} \cdot \Delta P(p) \right)$$

On note $Z(p) = G_1(p).Q(p) - G_2(p).F_f(p)$.

Q - 26 : Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $V_1(p)$, $V_2(p)$, $V_3(p)$ et $V_4(p)$.

On note $Z(p) = G_1(p).Q(p) - G_2(p).F_f(p)$.

Q - 26 : Donner l'expression de $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de $V_1(p)$, $V_2(p)$, $V_3(p)$ et $V_4(p)$.

$$G_1(p) = \frac{V_1(p).V_2(p).V_3(p)}{1 + V_1(p).V_2(p).V_3(p).V_4(p)} \quad \text{et} \quad G_2(p) = \frac{V_3(p)}{1 + V_1(p).V_2(p).V_3(p).V_4(p)}$$

Q - 27 : Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 12. Donner les expressions des coefficients K_q , K_F , a_1 et a_2 .

Q - 27 : Montrer que le comportement du vérin peut être modélisé par le schéma blocs simplifié Fig. 12. Donner les expressions des coefficients K_q , K_f , a_1 et a_2 .

- en partant des équations :

$$Z(p) = \frac{1}{k + \mu.p + M.p^2} \left(-F_f(p) + S \cdot \frac{2.B}{V.p} \cdot (Q(p) - S.p.Z(p)) \right)$$

$$\left(k + \mu.p + M.p^2 + \frac{2.B.S^2}{V} \right) \cdot Z(p) = -F_f(p) + \frac{2.B.S}{V.p} \cdot Q(p)$$

$$Z(p) = \frac{\frac{V}{k.V + 2.B.S^2}}{1 + \frac{V.\mu}{k.V + 2.B.S^2} \cdot p + \frac{V.M}{k.V + 2.B.S^2} \cdot p^2} \left(-F_f(p) + \frac{2.B.S}{V.p} \cdot Q(p) \right)$$

On identifie $K_f = \frac{V}{k.V + 2.B.S^2}$, $K_q = \frac{2.B.S}{V}$, $a_1 = \frac{V.\mu}{k.V + 2.B.S^2}$ et $a_2 = \frac{V.M}{k.V + 2.B.S^2}$.

- en partant des blocs

$$\begin{aligned}
 Z(p) &= G_1(p).Q(p) - G_2(p).F_f(p) = G_2(p). \left(\frac{G_1(p)}{G_2(p)}.Q(p) - F_f(p) \right) \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{V_3(p)} + V_1(p).V_2(p).V_4(p)} . (V_1(p).V_2(p).Q(p) - F_f(p)) \\
 &= \frac{1}{k + \mu.p + M.p^2 + \frac{2.B}{V.p}.S.S.p} . \left(\frac{2.B.S}{V.p}.Q(p) - F_f(p) \right) \\
 &= \frac{1}{\frac{k.V + 2.B.S^2}{V} + \mu.p + M.p^2} . \left(\frac{2.B.S}{V.p}.Q(p) - F_f(p) \right)
 \end{aligned}$$

puis idem.

Comportement de l'asservissement en position d'un pied lors de la mise en position

Q - 28 : Donner l'expression des fonctions de transfert $B_1(p)$ et $B_2(p)$ en fonction de K_C , K_p , K_{SV} , K_q , K_f , a_1 et a_2 .

Q - 28 : Donner l'expression des fonctions de transfert $B_1(p)$ et $B_2(p)$ en fonction de K_C , K_p , K_{sv} , K_q , K_f , a_1 et a_2 .

$$B_1(p) = \frac{K_C \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot \frac{K_q}{p} \cdot \frac{K_f}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}}{1 + K_C \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot \frac{K_q}{p} \cdot \frac{K_f}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}} = \frac{1}{1 + \frac{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}{K_C \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q \cdot K_f}}$$

$$B_2(p) = \frac{\frac{K_f}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}}{1 + K_C \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot \frac{K_q}{p} \cdot \frac{K_f}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}} = \frac{\frac{p}{K_C \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q}}{1 + \frac{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}{K_C \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q \cdot K_f}}$$

Q - 29 : Déterminer l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne $z_c(t) = Z_{c0} \cdot u(t)$, et un échelon de perturbation est $f_f(t) = F_{f0} \cdot u(t)$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

Q - 29 : Déterminer l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne $z_c(t) = Z_{c0} \cdot u(t)$, et un échelon de perturbation est $f_f(t) = F_{f0} \cdot u(t)$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

Le système est de classe 1 avec un intégrateur en amont de la perturbation. La précision en réponse à une entrée en échelon et une perturbation en échelon est donc nulle. Une partie du critère de précision de l'exigence Id 2 est donc validé.

Q - 30 : Déterminer l'erreur statique en réponse à une impulsion de perturbation $f_f(t) = \delta(t)$, pour une consigne nulle $z_c(t) = 0$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

Q - 30 : Déterminer l'erreur statique en réponse à une impulsion de perturbation $f_f(t) = \delta(t)$, pour une consigne nulle $z_c(t) = 0$. Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges.

idem. La deuxième partie du critère de précision de l'exigence Id 2 est donc validé.

On pouvait aussi écrire :

$$\begin{aligned}
 E_{rr} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e_{rr}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E_{rr}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (Z_c(p) - Z(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (Z_c(p) - B_1(p)) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}{K_c \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q \cdot K_f} \cdot \frac{Z_{c0}}{p^{e-1}}}{1 + \frac{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}{K_c \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q \cdot K_f}} + \frac{\frac{p}{K_c \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q}}{1 + \frac{p \cdot (1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2)}{K_c \cdot K_p \cdot K_{sv} \cdot K_q \cdot K_f}} \cdot \frac{F_{f0}}{p^{r-1}} \right)
 \end{aligned}$$

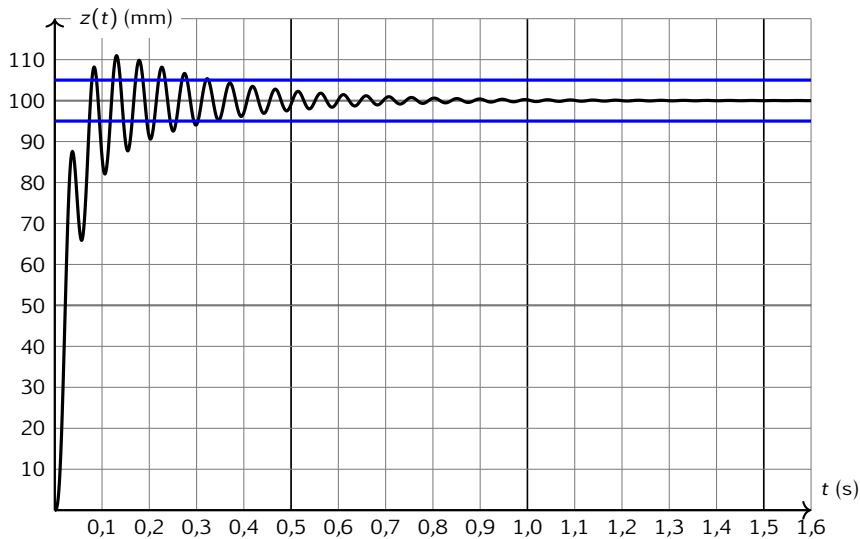
Dans cette question Z_{c0} est nul. Dans le cas précédent $e = 1$, donc l'erreur statique en poursuite est bien nulle.

Dans cette question et la question précédente $0 \leq r \leq 1$, ce qui conduit dans les deux cas à une erreur statique en régulation nulle.

Q - 31 : Les exigences de stabilité et de rapidité de l'asservissement de position sont-elles respectées ?

Q - 31 : Les exigences de stabilité et de rapidité de l'asservissement de position sont-elles respectées ?

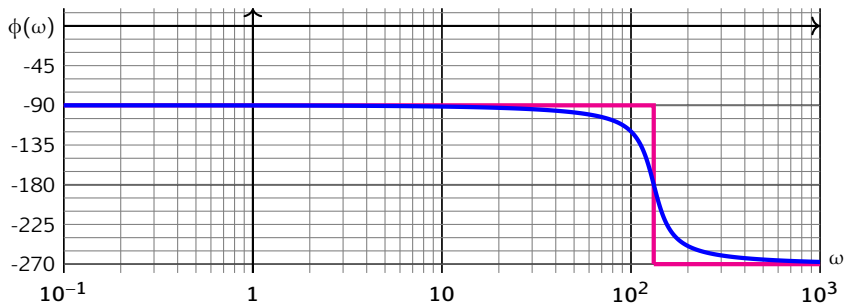
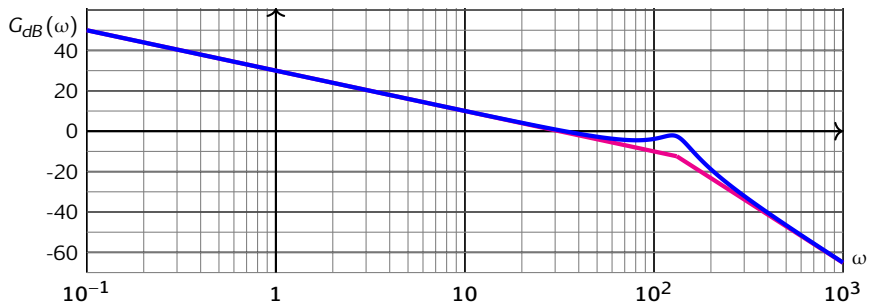
- En réponses aux sollicitations, le système converge traduisant sa stabilité.
- L'erreur statique semble nulle comme le confirment les études précédentes.
- Le dépassement maximal est de l'ordre de 11 mm ce qui est inférieur au 20 mm autorisés.
- Le temps de réponse à 5% est supérieur à 0,3 s ce qui dépasse les 0,15 s exigées. Ce critère n'est pas respecté. Le système semble mal amorti.

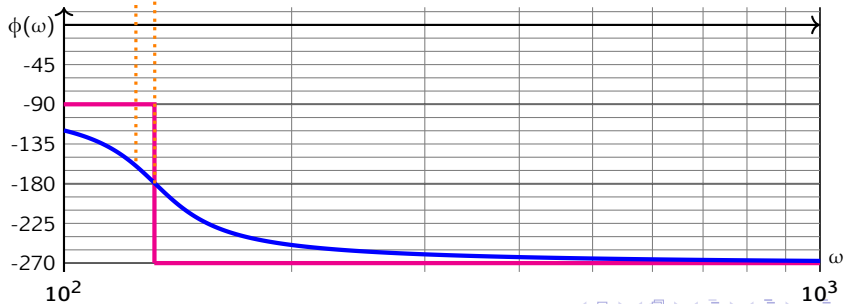
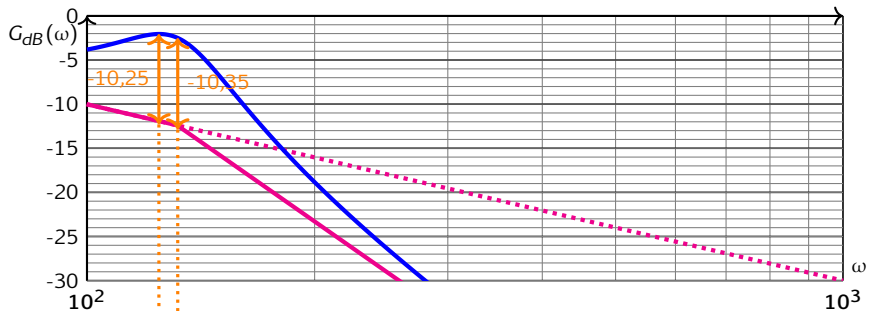


Q - 32 : Tracer sur la courbe de gain du document réponse, le diagramme asymptotique de Bode. Estimer à partir de cette courbe de gain les valeurs numériques de K et a_2 . Estimer le facteur de résonance et en déduire la valeur numérique a_1 .

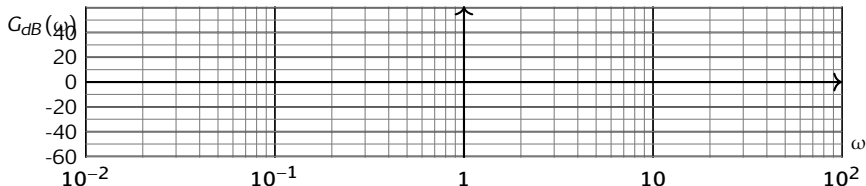
Q - 32 : Tracer sur la courbe de gain du document réponse, le diagramme asymptotique de Bode. Estimer à partir de cette courbe de gain les valeurs numériques de K et a_2 . Estimer le facteur de résonance et en déduire la valeur numérique a_1 .

RAPPEL pour un deuxième ordre, le facteur de résonance : $Q = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$ avec ξ coefficient d'amortissement, et la pulsation de résonance $\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2\xi^2}$ avec ω_0 pulsation propre du système harmonique.

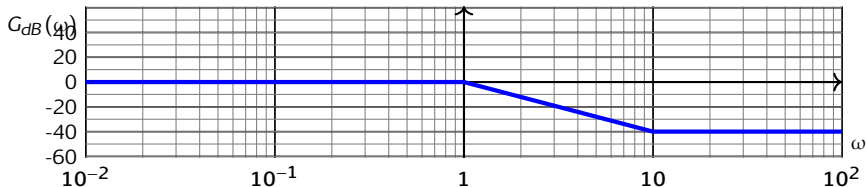




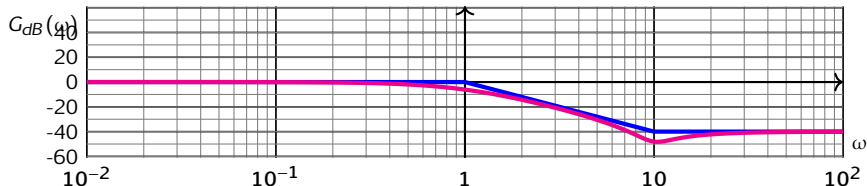
Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.



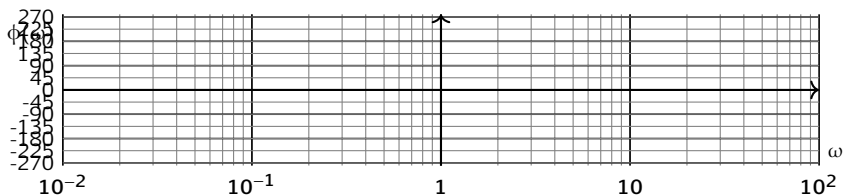
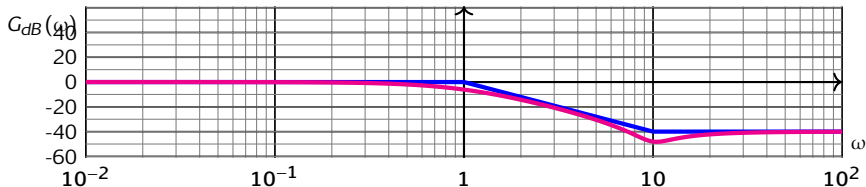
Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.



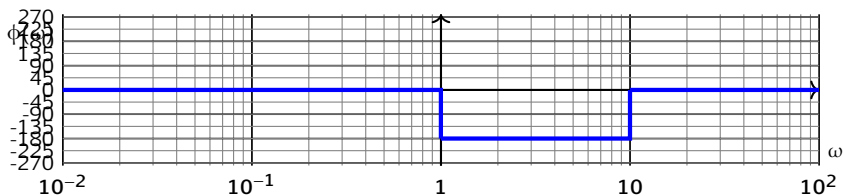
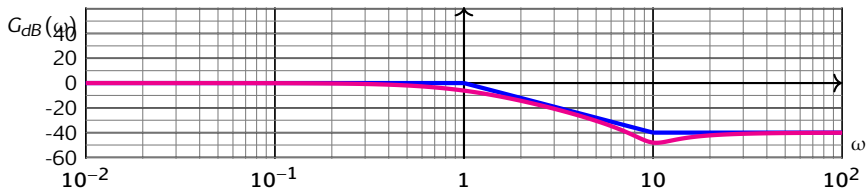
Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.



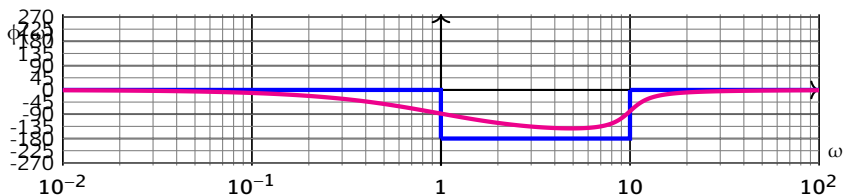
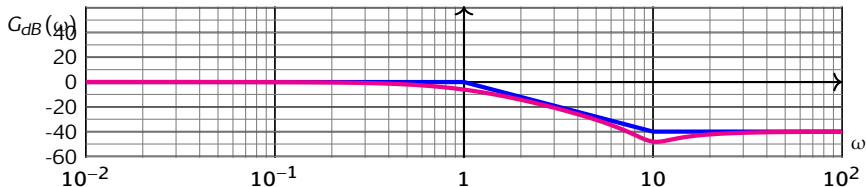
Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.



Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.



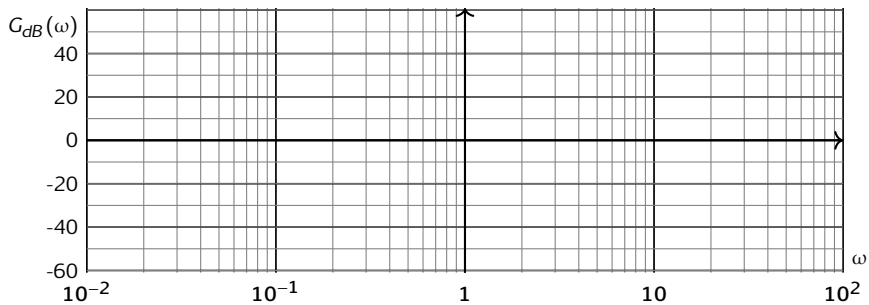
Q - 33 : Tracer sur le document réponse le diagramme asymptotique de Bode de ce correcteur pour $\omega_{n0} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_{d0} = 1 \text{ rad.s}^{-1}$. Sur le même document, tracer l'allure de la courbe de gain pour $z_n = 0,2$ et $z_d = 1$.

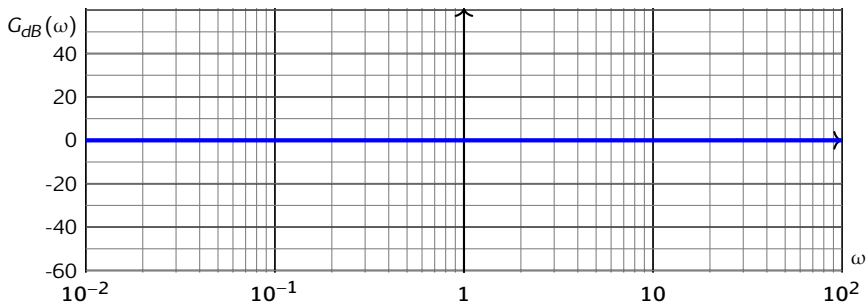


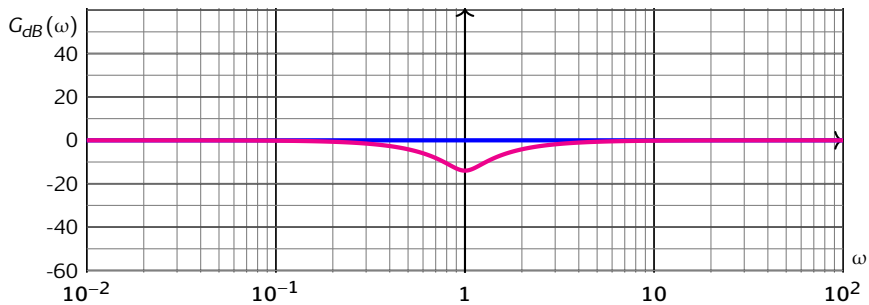
Q - 34 : *Que devient le diagramme asymptotique si $\omega_{n0} = \omega_{d0}$?*

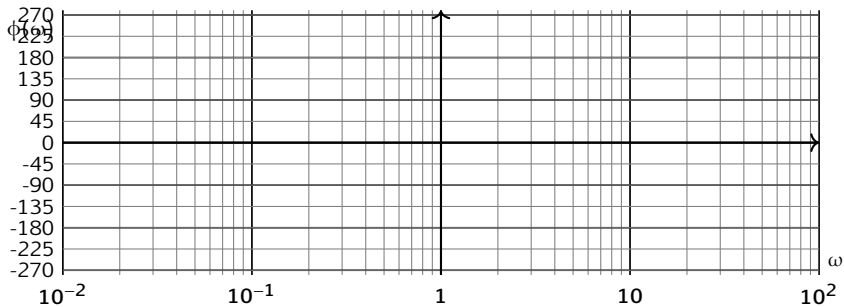
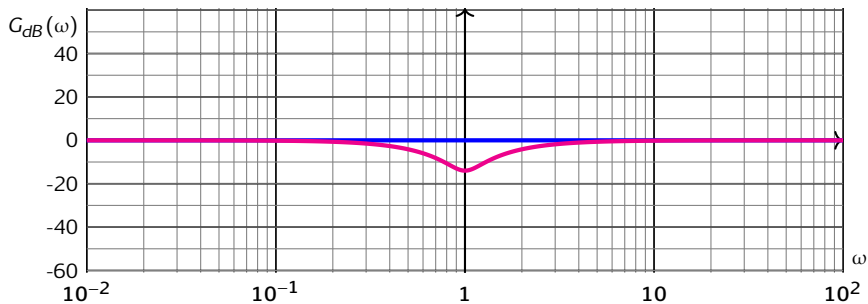
Q - 34 : *Que devient le diagramme asymptotique si $\omega_{n0} = \omega_{d0}$?*

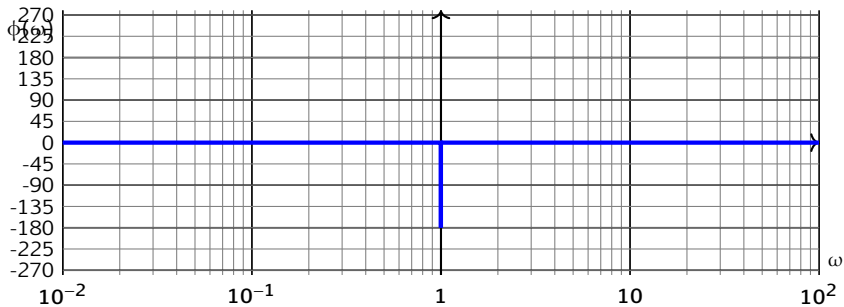
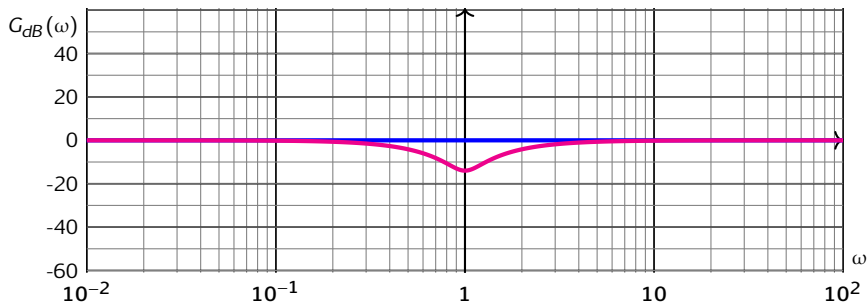
Asymptotiquement, cela ressemble à deux droites de gain et de phase nulles.

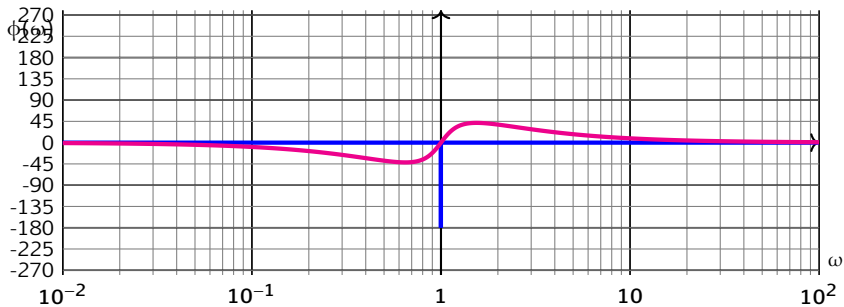
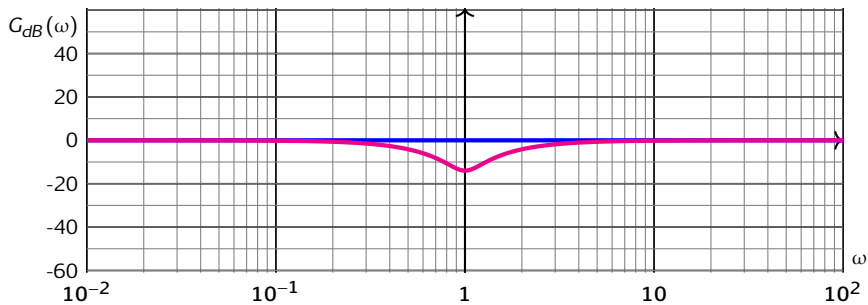












Q - 35 : *Les exigences de l'asservissement de position sont-elles respectées ?*

Q - 35 : *Les exigences de l'asservissement de position sont-elles respectées ?*

- En réponses aux sollicitations, le système converge traduisant sa stabilité.
- L'erreur statique semble nulle comme le confirment les études précédentes. Le filtre réjecteur est de gain nul et de classe nul donc sans impact sur la précision.
- Pas de dépassement, ce qui est inférieur au 20 mm autorisés.
- Le temps de réponse à 5% est d'environ 0,085 s ce qui est inférieur aux 0,15 s exigées.

